Inspectoratul Şcolar al Judeţului Prahova
Olimpiada de matematică
Etapa locală-13 februarie 2010
Clasa a XII-a
Subiecte

1. Calculati : a) $I_1=\int \frac{(x^2-1)dx}{x\sqrt{x^4+2x^3+x^2+2x+1}}$, $x\in(0,+\infty)$.

Prof. Gabriel Necula - Plopeni

b) $I_2=\int \frac{9x^3+9mx^2+(18+2m^2)x+12m}{\left(3x^2+2mx+5\right)^n}dx, x\geq 0, m\geq 0, n\in N^*$, $n\geq 3$

Prof. Doinaru Mihaiela-Sinaia

2. Se consideră sirurile :

$I_n=\int_{-a}^{a}\sin^2 nx\cdot \ln\frac{2a+x}{2a-x}dx$ si $K_n=\int_{0}^{a}\sin^2 nx\cdot \ln\frac{2a+x}{2a-x}dx$, unde a>0, fixat, $n\in \mathbf{N}^*$

a) Sa se arate că $\lim_{n\to\infty} I_n=0$

b) Sa se calculeze $\lim_{n\to\infty} K_n$

Prof. Octavian Purcaru-Ploiesti

3. Fie A un inel cu proprietatea că daca $x\in A$ si $x^2=0$, atunci x=0.Fie $a,b,c\in A$, astfel incat a=ab, b=bc, c=ca. Sa se arate ca a=b=c.

G.M.9/2008

4. Pe **R** se defineste legea de compozitie $x\circ y=xy-ax-ay+a^2+a$, $a\in$ **R** .

a) Determinati $\alpha,\beta\in R$ pentru care intervalul $[\alpha,\beta]$ este parte stabilă in raport cu legea si pentru care $\beta-\alpha$ este maxim ;
b) Pentru α,β determinati la punctul a), aflati multimile $H\subset[\alpha,\beta]$ astfel incat $(H,\circ)$ grup .

Prof. Militaru Claudiu –Ploiesti

SUCCES!

Notă:

Timp de lucru : *3 ore*. Fiecare subiect se notează cu puncte de la 1 la 10